પ્રકરણ 14

હેરોનનું સૂત્ર

14.1 પ્રાસ્તાવિક

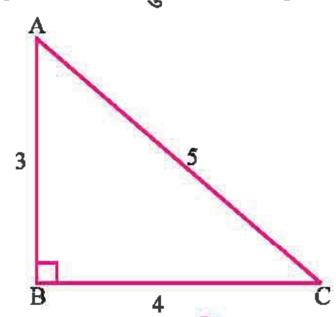
અગાઉના ધોરણોમાં આપણે ભિન્ન આકારની આકૃતિઓ જેવી કે, ત્રિકોણ, ચોરસ, લંબચોરસ, સમભુજ ચતુષ્કોણ, સમલંબ ચતુષ્કોણ વગેરેનો અભ્યાસ કરેલ છે. વધુમાં, આકૃતિઓ દ્વારા ઘેરાતા પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ પણ આપણે શોધેલ છે અને તેમની પરિમિતિ પણ શોધેલ છે. ઉદાહરણ તરીકે, જો આપણે આપણી શાળાના અથવા ઘરના કોઈ ઓરડાના ભોંયતળિયાની પરિમિતિ શોધવા ઇચ્છીએ તો ચોક્કસ છે કે આપણે તે ઓરડાની ચારેય ધાર ફરતે એક જ દિશામાં ચાલતા આપણા દ્વારા કપાયેલું કુલ અંતર એ, તે ઓરડાની પરિમિતિ ગણાય અને તે ઓરડાના ભોંયતળિયાને ક્ષેત્રફળ પણ છે.

આથી, જો આપણા ઓરડાનું ભોંયતળિયું લંબચોરસ આકારમાં હોય અને તેની લંબાઈ l તથા પહોળાઈ b હોય તો કુલ અંતર $2(l + b)$ થશે. આ તેની પરિમિતિ છે અને તેનું ક્ષેત્રફળ $l \cdot b$ થશે.

હવે, જો આપણે કોઈ ત્રિકોણાકાર વસ્તુનું ક્ષેત્રફળ શોધવું હોય, તો આપણે કેવી રીતે શોધી શકીએ ? આ માટે, આપણે નીચેના પરિણામનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ વેધ (i)

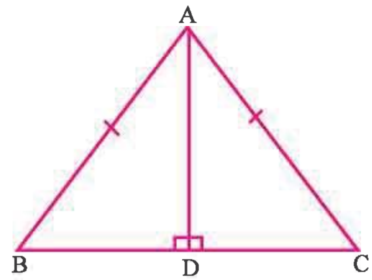
કાટકોણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે આપણે ઉપરના સૂત્રનો સીધો જ ઉપયોગ કરીએ છીએ, કારણ કે શિરોબિંદુમાંથી ત્રિકોણના પાયા પર દોરેલ વેધ એ ત્રિકોણની બાજુ છે. ઉદાહરણ તરીકે, કાટકોણ ΔABCમાં, $m\angle B = 90$, $AB = 3$ સેમી, $BC = 4$ સેમી તથા કર્ણની લંબાઈ $AC = 5$ સેમી હોય, તો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $\frac{1}{2} \times AB \times BC$ દ્વારા મેળવી શકાય. જ્યાં $AB =$ વેધ અને $BC =$ ત્રિકોણનો પાયો.



આકૃતિ 14.1

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times 4 \times 3$

$= 6$ સેમી^{2}



આકૃતિ 14.2

આપણે આ સૂત્ર દ્વારા સમદ્વિબાજુ ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધવા ઇચ્છીએ છીએ. ધારો કે ΔABCમાં, AB = AC. હવે શિરોબિંદુ Aમાંથી $\overline{BC}$ને Dમાં છેદતા પાયા $\overline{BC}$ પર લંબ દોરો. આથી, Δ^*ABC, બે ત્રિકોણીય પ્રદેશ Δ^*ABD અને Δ^*ACDમાં વિભાજિત થશે. વળી, $m\angle ADB = m\angle ADC = 90$

હવે જો આપણે AB = 5 સેમી અને BC = 6 સેમી લઈએ તો AC = 5 સેમી થાય. હવે Aમાંથી દોરેલ લંબ $\overline{BC}$ પરના D બિંદુથી એકરૂપ રેખાખંડ $\overline{BD}$ અને $\overline{DC}$ મળે. BD + DC = BC, તેથી BD = DC = 3 સેમી. (આકૃતિ 14.2)

હવે, કાટકોણ ΔADB માટે પાયથાગોરસ પ્રમેય પરથી

$AB^2 = BD^2 + AD^2$

$\therefore\ 5^2 = (3)^2 + AD^2$

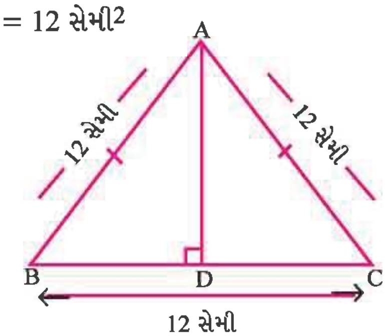
$\therefore\ 25 - 9 = AD^2$

$\therefore\ AD^2 = 16$

$\therefore$ AD = 4 સેમી = વેધની લંબાઈ

$\therefore$ (i) પરથી સમદ્વિભુજ ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ સેમી^{2}

આ જ રીતે, હવે જો આપણે 12 સેમી બાજુની લંબાઈવાળા સમભુજ ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધવા ઇચ્છીએ, તો આપણે શિરોબિંદુ Aમાંથી આધાર $\overline{BC}$ પર લંબ દોરીએ, જે $\overline{BC}$ને Dમાં છેદે. $\overline{AD}$ એ ΔABCનો વેધ થશે. અહીં D એ $\overline{BC}$નું મધ્યબિંદુ છે. BD = DC = 6 સેમી (આકૃતિ 14.3)



આકૃતિ 14.3

$\therefore$ કાટકોણ ત્રિકોણ ΔADBમાં, $AB^2 = BD^2 + AD^2$

$\therefore\ (12)^2 = AD^2 + (6)^2$

$\therefore\ AD^2 = 144 - 36$

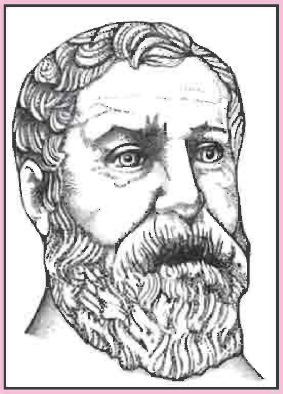
$\therefore\ AD^2 = 108$

$\therefore\ AD = 6\sqrt{3}$ સેમી

$\therefore$ સમભુજ ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times AD \times BC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 12$

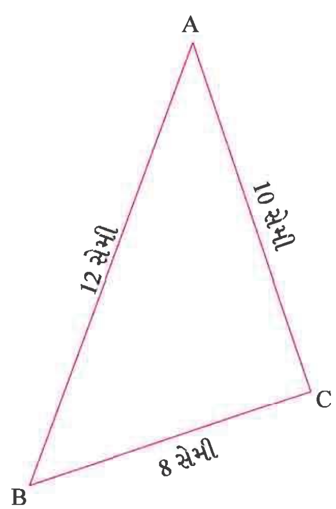
$\therefore\ \Delta ABC$નું ક્ષેત્રફળ $= 36\sqrt{3}$ સેમી^{2}

14.2 હેરોનનું સૂત્ર



Heron
(10 A.D. - 75 A.D.)

Heron was born in about 10A.D. possibly in Alexandria in Egypt. He worked in applied mathematics. His work on mathematical and physical subjects are so numerous and varied that he is considered to be an encyclopedic writer in these fields. His geometrical works deal largely with problems on mensuration written in three books. Book I deals with the area of squares, rectangles, triangles, trapezoids (trapezia), various other specialised quadrilaterals, the regular polygons, circles, surfaces of cylinders, cones, spheres etc. In this book, Heron has derived the famous formula for the area of a triangle in terms of its three sides.



આકૃતિ 14.4

સમભુજ, સમદ્વિભુજ અને કાટકોણ ત્રિકોણ માટે, આપણે શિરોબિંદુમાંથી પાયા પર લંબ દોરી શકીએ તથા તેની લંબાઈ શોધીએ છીએ. આથી ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ × પાયો × વેધ સૂત્ર દ્વારા શોધી શકીએ છીએ. પરંતુ જો આપણે વિષમબાજુ ત્રિકોણ લઈએ તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયા પર દોરેલ વેધની લંબાઈ શોધવા માટે કોઈ સચોટ ઉપાય આપણી પાસે નથી. (એટલે કે શિરોબિંદુમાંથી ત્રિકોણના પાયા પરનો વેધ.)

ΔABCમાં AB = 12 સેમી, BC = 8 સેમી અને AC = 10 સેમી, હોય તો આ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધીશું ? આ એક સમસ્યા છે. આ માટે, હેરોને એક સૂત્ર આપ્યું જે **'હેરોનના સૂત્ર'** તરીકે ઓળખાય છે અને તે નીચે મુજબ છે :

$$\text{ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \qquad \textbf{(ii)}$$

અહીં a, b, c એ ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈઓ છે તથા s = ત્રિકોણની અર્ધપરિમિતિ.

પરિમિતિ $= a + b + c = 2s$

$$\therefore \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

આથી, જો વેધની લંબાઈ ન આપેલ હોય અને તે શોધવી શક્ય ન હોય, તો સૂત્ર (ii) મદદરૂપ થશે. આથી, ઉપરના ઉદાહરણ માટે,

$s = \frac{12+10+8}{2} = 15$ સેમી

હવે ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{15\,(15-12)\,(15-10)\,(15-8)}$

$= \sqrt{15(3)(5)(7)} = 15\sqrt{7}$ સેમી^{2}

ચાલો, આપણે હેરોનના સૂત્રને સમજવા માટે નીચેનાં ઉદાહરણો ગણીએ :

ઉદાહરણ 1 : જો ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈઓ 15, 15, 12 સેમી હોય, તો ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : અહીં, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{15+15+12}{2} = \frac{42}{2} = 21$ સેમી

$\therefore$ ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s\,(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{21\,(21-15)(21-15)(21-12)}$

$= \sqrt{21 \times 6 \times 6 \times 9}$

$= 18\sqrt{21}$ સેમી^{2}

(આ સૂત્રના ઉપયોગ વગર અન્ય રીતે તમે ક્ષેત્રફળ શોધી શકશો ?)

ઉદાહરણ 2 : ત્રિકોણાકાર બગીચાની બાજુઓની લંબાઈઓ 3 : 5 : 7ના પ્રમાણમાં છે અને તેની પરિમિતિ 450 મીટર છે, તો બગીચાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. તેની તમામ બાજુએ દરવાજા માટે 5 મીટર પહોળી જગ્યા છોડી તેની ફરતે કાંટાળા તારની વાડ કરવા માટે ₹ 25 પ્રતિ મીટરના ભાવે થતો કુલ ખર્ચ શોધો.

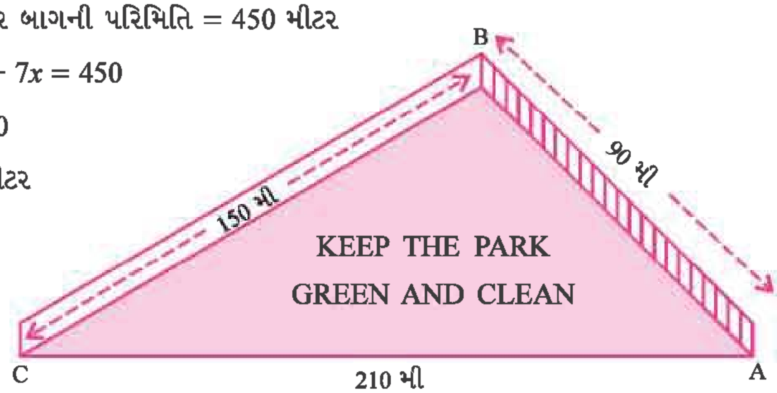
ઉકેલ : ધારો કે ત્રિકોણાકાર બગીચાની બાજુઓની લંબાઈઓ $3x$, $5x$ અને $7x$ ($x > 0$) છે. આથી તે 3 : 5 : 7ના પ્રમાણમાં થશે.

હવે ત્રિકોણાકાર બાગની પરિમિતિ = 450 મીટર

$\therefore\ 3x + 5x + 7x = 450$

$\therefore\ 15x = 450$

$\therefore\ x = 30$ મીટર



આકૃતિ 14.5

આથી, ΔABC માટે, $AB = c = 3x = 90$ મીટર

$BC = a = 5x = 150$ મીટર

$AC = b = 7x = 210$ મીટર

હવે, $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{90+150+210}{2} = \frac{450}{2} = 225$ મીટર

$\therefore$ ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{225(225-90)(225-150)(225-210)}$

$= \sqrt{225(135)(75)(15)}$

$= \sqrt{15 \times 15 \times 15 \times 9 \times 25 \times 3 \times 15}$

$= \sqrt{(15)^4 \times (5)^2 \times (3)^2 \times 3}$

$= (15)^2 \times 5 \times 3 \times \sqrt{3}$

$= 3375\sqrt{3}$ મીટર^2

હવે, કાંટાળી વાડ માટે ત્રિકોણીય બગીચાની દરેક બાજુએથી દરવાજા માટે 5 મીટર લંબાઈ છોડી દેવામાં આવે છે. એટલે કે કુલ લંબાઈ $5 \times 3 = 15$ મીટર છોડવી પડે.

આથી, વાડ માટે જરૂરી તારની લંબાઈ

= ત્રિકોણીય બગીચાની પરિમિતિ – દરવાજાની છોડી દીધેલી લંબાઈ

= 450 મીટર – 15 મીટર = 435 મીટર

$\therefore$ તારની વાડ માટે થતો કુલ ખર્ચ $= 435 \times 25$

= ₹ 10875

ઉદાહરણ 3 : $AB = 5$ સેમી, $BC = 8$ સેમી અને $AC = 9$ સેમી હોય, તો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધો તથા Aમાંથી $\overline{BC}$ પર દોરેલ લંબની લંબાઈ શોધો.

ઉકેલ : અહીં $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+8+9}{2} = 11$ સેમી

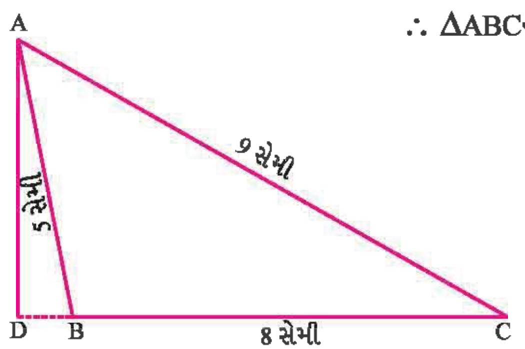
$\therefore$ ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{11(11-8)(11-9)(11-5)}$

$= \sqrt{11 \times 3 \times 2 \times 6}$

$= \sqrt{11 \times (6)^2}$

$= 6\sqrt{11}$ સેમી^{2}



આકૃતિ 14.6

અહીં $\overline{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$ (આકૃતિ 14.6)

આથી, ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ વેધ

$= \frac{1}{2} \times 8 \times AD$

$\therefore 6\sqrt{11} = 4\ \text{AD}$

$\therefore \text{AD} = \frac{6\sqrt{11}}{4} = \frac{3}{2}\sqrt{11}$ સેમી

$\therefore$ A માંથી પાયા $\overline{\text{BC}}$ પરના લંબની લંબાઈ $= \frac{3}{2}\sqrt{11}$ સેમી

સ્વાધ્યાય 14.1

1. જે ત્રિકોણની પ્રત્યેક બાજુની લંબાઈ 6 એકમ હોય તેવા સમભુજ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
2. એક કાટકોણ ત્રિકોણના પાયાની લંબાઈ 15 સેમી તથા કર્ણની લંબાઈ 17 સેમી હોય, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.
3. જે ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈઓ 36 સેમી, 48 સેમી અને 60 સેમી હોય, તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.
4. ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈઓ 3 : 4 : 5ના પ્રમાણમાં હોય તથા પરિમિતિ 120 મીટર હોય, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
5. સમદ્વિભુજ ત્રિકોણની પરિમિતિ 30 સેમી અને તેની એકરૂપ બાજુઓ પૈકી પ્રત્યેકની લંબાઈ 12 સેમી હોય તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
6. એક ફ્લાયઓવરની ત્રિકોણાકાર દીવાલોનો જાહેરાત માટે ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આ દીવાલો પૈકી એક દીવાલની બાજુઓની લંબાઈઓ 100 મીટર, 35 મીટર અને 105 મીટર છે. જાહેરાત માટે ભાડાનો દર વાર્ષિક ₹ 4000 પ્રતિ મીટર^2 છે. કોઈ એક કંપની તે દીવાલ 2 મહિના માટે ભાડે રાખે છે. તો તે કંપનીએ કેટલું ભાડું ચૂકવવું પડે ? ($\sqrt{34} \cong 5.83$)
7. જો ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈઓ 5 સેમી, 7 સેમી અને 10 સેમી હોય, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો તથા 10 સેમીની લંબાઈ ધરાવતી બાજુ પર દોરવામાં આવેલ વેધની લંબાઈ મેળવો.

*

14.3 ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે હેરોનના સૂત્રનો ઉપયોગ

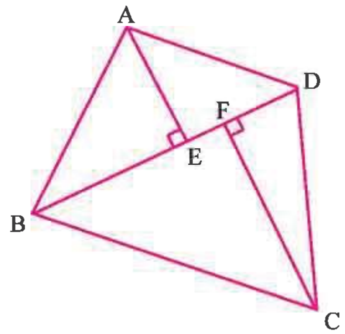
ચતુષ્કોણ ABCD માટે, જો આપણે સામસામેનાં બે શિરોબિંદુઓને જોડીએ તો આપણને વિકર્ણ મળે અને જો બાકીનાં બે શિરોબિંદુઓમાંથી આપણે આ વિકર્ણ પર લંબ દોરીએ, તો આપણે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ નીચેના સૂત્ર દ્વારા મેળવી શકીએ :

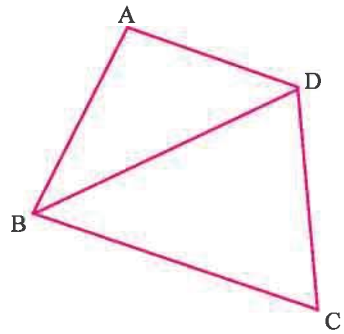
ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ (વિકર્ણની લંબાઈ) (વિકર્ણ પર બીજા બે શિરોબિંદુઓથી દોરેલા લંબની લંબાઈઓનો સરવાળો)

પરંતુ આ પ્રક્રિયા મુશ્કેલ અને કંટાળાજનક છે. આથી, તેને બદલે જો આપણે વિકર્ણ દોરીએ, તો આપેલ ચતુષ્કોણ બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત થાય અને આપણે,

ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = બે ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળના સરવાળા દ્વારા મેળવી શકીએ.

આ બંને કિસ્સાઓ આકૃતિ 14.7માં દર્શાવેલ છે.





આકૃતિ 14.7

આકૃતિ 14.7(i)માં આપણે વિકર્ણ $\overline{BD}$ પર $\overline{AE}$ અને $\overline{CF}$ લંબ દોરેલ છે. આથી તેમની લંબાઈ એટલે કે AE અને CF શોધીને આપણે સૂત્રનો ઉપયોગ કરી શકીએ. આકૃતિ 14.7(ii)માં એક વિકર્ણ દ્વારા આપણને બે ત્રિકોણ મળશે અને હેરોનના સૂત્ર દ્વારા આ બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધીને આપણે તેમનો સરવાળો લઈશું. આથી, આપણને ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ મળશે. ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે આ સરળ ઉપાય છે.

ચાલો, આપણે આ ચર્ચાને નીચેનાં ઉદાહરણો દ્વારા સમજીએ :

ઉદાહરણ 4 : ચતુષ્કોણ ABCDની બાજુઓની લંબાઈઓ AB = 3 સેમી, BC = 4 સેમી, CD = 6 સેમી અને DA = 5 સેમી તથા વિકર્ણ $\overline{AC}$ની લંબાઈ 5 સેમી છે. આ ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ : અહીં વિકર્ણ $\overline{AC}$, □ABCDને બે ત્રિકોણોમાં વિભાજિત કરે છે : ΔACD અને ΔABC.

ΔACD માટે,

$s = \frac{AD+DC+AC}{2} = \frac{5+6+5}{2} = 8$ સેમી

ΔACDનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{8(8-5)(8-6)(8-5)}$

$= \sqrt{8(3)(2)(3)}$

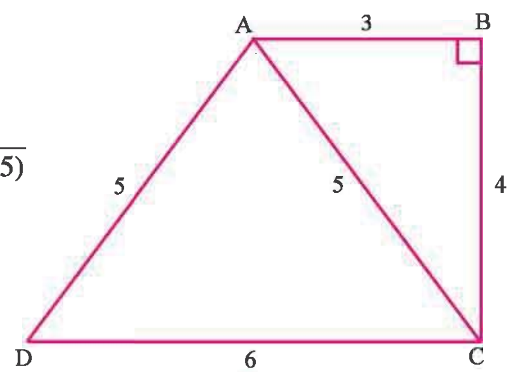
$= 12$ સેમી^{2}

ΔABC માટે, $s = \frac{AB + BC + AC}{2}$

$= \frac{3+4+5}{2} = 6$ સેમી

હવે ΔABCનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{6(6-3)(6-4)(6-5)}$

$= \sqrt{6(3)(2)(1)} = 6$ સેમી^{2}



આકૃતિ 14.8

$\therefore$ □ ABCDનું ક્ષેત્રફળ $= \Delta$ACDનું ક્ષેત્રફળ + ΔABCનું ક્ષેત્રફળ

$= 12 + 6$

$= 18$ સેમી^{2}

(ΔABC કાટકોણ ત્રિકોણ છે તે જુઓ. ΔADC સમદ્વિભુજ ત્રિકોણ છે. હેરોનના સૂત્રની જરૂર નથી. પ્રયત્ન કરો.)

ઉદાહરણ 5 : એક બગીચો એ □ ABCDના આકારમાં છે. જ્યાં $m\angle C = 90$ તથા બાજુઓની લંબાઈઓ AB = 11 મીટર, BC = 3 મીટર, CD = 4 મીટર અને AD = 8 મીટર છે. તો તે બગીચાનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

ઉકેલ : □ ABCD માટે, $m\angle C = 90$ તથા $\overline{BD}$ વિકર્ણ છે. (આકૃતિ 14.9). હવે કાટકોણ ત્રિકોણ BCD માટે, $\overline{BD}$ કર્ણ છે.

$\therefore BD^2 = CD^2 + BC^2 = (4)^2 + (3)^2 = 25$

$\therefore$ BD = 5 = વિકર્ણની લંબાઈ

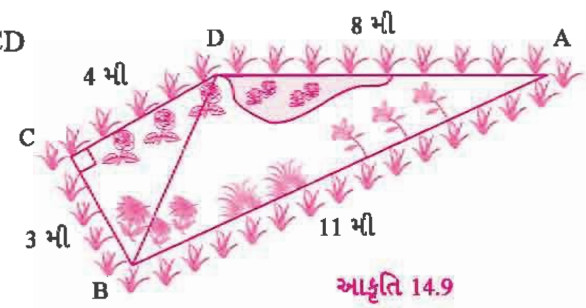
હવે □ ABCDનું ક્ષેત્રફળ = ΔBCDનું ક્ષેત્રફળ + ΔABDનું ક્ષેત્રફળ

$\therefore$ ΔBCDનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times$ પાયો $\times$ વેધ

$= \frac{1}{2} \times BC \times CD$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

$= 6$ મીટર^2



આકૃતિ 14.9

હવે, ΔABDનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે,

$s = \frac{AB+BD+AD}{2}$

$= \frac{11+5+8}{2} = 12$ મીટર

$\therefore$ ΔABDનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{12(12-5)(12-8)(12-11)}$

$= \sqrt{12 \times 7 \times 4 \times 1}$

$= \sqrt{4 \times 3 \times 7 \times 4}$

$= 4\sqrt{21}$ મીટર^2

$\therefore$ □ ABCDનું ક્ષેત્રફળ $= 6 + 4\sqrt{21}$ મીટર^2

સ્વાધ્યાય 14.2

1. □ ABCD માટે AB = 7 સેમી, BC = 6 સેમી, CD = 12 સેમી અને AD = 15 સેમી તથા વિકર્ણ $\overline{AC}$ની લંબાઈ 11 સેમી હોય, તો □ ABCDનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
2. ચતુષ્કોણ ABCD માટે AB = 8 મીટર, BC = 15 મીટર, CD = 13 મીટર, DA = 12 મીટર તથા $m\angle B = 90$ હોય, તો ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

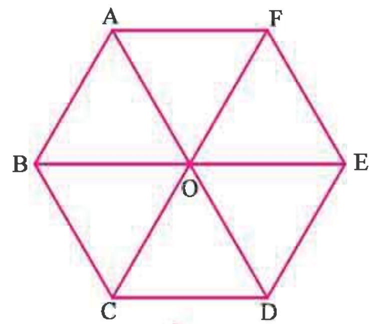
3. ચતુષ્કોણ ABCD માટે AB = 40 મીટર, BC = 15 મીટર, CD = 28 મીટર, DA = 9 મીટર તથા ΔABDની પરિમિતિ 90 મીટર છે. ચતુષ્કોણ ABCD ની પરિમિતિ 92 મીટર છે. તો વિકર્ણ $\overline{BD}$ની લંબાઈ તથા $\square ABCD$નું ક્ષેત્રફળ શોધો.

4. ચતુષ્કોણીય ખેતરના વિકર્ણોની લંબાઈ 40 મીટર અને 24 મીટર છે તથા તેઓ પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે, તો તે ખેતરનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

5. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુઓની લંબાઈ 13 સેમી અને 10 સેમી હોય તથા વિકર્ણની લંબાઈ 9 સેમી હોય, તો તે ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

સ્વાધ્યાય 14

1. આકૃતિ 14.10માં દર્શાવેલ નિયમિત ષટ્કોણ ABCDEFની બાજુની લંબાઈ 4 સેમી છે તથા વિકર્ણો $\overline{FC}$, $\overline{DA}$ અને $\overline{BE}$નું મધ્યબિંદુ O છે. વિકર્ણોની લંબાઈ 8 સેમી છે, તો ષટ્કોણ ABCDEFનું ક્ષેત્રફળ મેળવો.



આકૃતિ 14.10

2. AB = 9 સેમી, BC = 10 સેમી, CD = 12 સેમી, DA = 11 સેમી અને $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ તો ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

3. 216 ચોરસ સેમી ક્ષેત્રફળવાળા ઓરડાના ભોંયતળિયે 3 સેમી, 4 સેમી અને 5 સેમીની લંબાઈ ધરાવતી ત્રિકોણાકાર ટાઇલ્સ બેસાડવામાં આવે છે, તો તે માટે કેટલી ટાઇલ્સ જોઈએ ? જો ટાઇલ્સને પૉલિશ કરવાનો દર ₹ 2.75 પ્રતિ સેમી^{2} હોય, તો પૉલિશ કરવાની કિંમત શોધો.

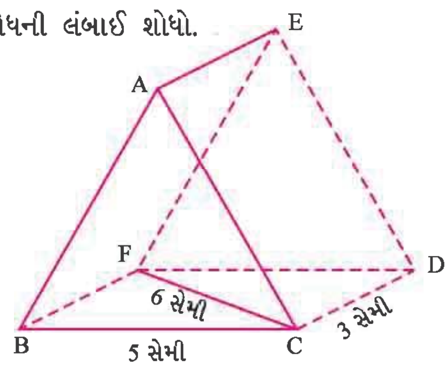
4. 17 સેમી, 17 સેમી અને 16 સેમીની લંબાઈ ધરાવતા કોઈ કાપડના 8 ત્રિકોણાકાર ટુકડાઓ સાંધીને એક છત્રી બનાવવામાં આવે છે, તો આ છત્રી બનાવવા માટે કુલ કેટલું કાપડ જરૂરી છે તે શોધો.

5. જે ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈ 6 સેમી, 8 સેમી અને 10 સેમી હોય, તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

6. જો ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈઓ 25 : 17 : 12ના પ્રમાણમાં હોય તથા ત્રિકોણની પરિમિતિ 540 મીટર હોય, તો સૌથી મોટા અને સૌથી નાના વેધની લંબાઈ શોધો.

7. આકૃતિ 14.11માં BC = 5 સેમી, CD = 3 સેમી, CF = 6 સેમી હોય, તો પ્રિઝમને ટેબલ પર મૂકતાં પ્રિઝમ દ્વારા ટેબલનો કેટલો ભાગ રોકાય તે શોધો.

8. એક ત્રિકોણાકાર ખેતરના પાયાની લંબાઈ તેના વેધની લંબાઈ કરતાં બમણી છે અને તેને ખેડવાનો દર ₹ 30 પ્રતિ હેક્ટર પ્રમાણે કુલ ₹ 480 થાય તો તેના પાયા અને વેધની લંબાઈ શોધો.
(10000 મીટર^2 = 1 હેક્ટર)



આકૃતિ 14.11

9. જો ચોરસ બાજુની લંબાઈ 5 મીટર હોય અને તે સમભુજ ચતુષ્કોણમાં એવી રીતે રૂપાંતરિત થાય કે જેથી તેના મહત્તમ વિકર્ણની લંબાઈ 8 મીટર થાય, તો તેના બીજા વિકર્ણની લંબાઈ શોધો તથા તે સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો.

10. જો સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 100 સેમી^{2} હોય અને તેના એક વિકર્ણની લંબાઈ 8 સેમી હોય, તો તેના બીજા વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

11. સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓની લંબાઈ 8 સેમી અને 16 સેમી છે. બંને સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ એકરૂપ છે તથા પ્રત્યેકની લંબાઈ 10 સેમી હોય, તો તે સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

12. નીચે આપેલું દરેક વિધાન સાચું બને તે રીતે આપેલા વિકલ્પો (a), (b), (c) અને (d)માંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને $\square$ માં લખો :

(1) ΔABCમાં AB = 8 સેમી, BC = 6 સેમી, AC = 10 સેમી તો તેની અર્ધપરિમિતિ = ... સેમી. $\square$

(a) 24 (b) 20 (c) 12 (d) 16

(2) $\square^m$ ABCD માટે $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ અને $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{DA}$ છે. જો AB = 8 સેમી અને BC = 10 સેમી હોય, તો $\square^m$ ABCDની પરિમિતિ = ... સેમી. $\square$

(a) 18 (b) 20 (c) 36 (d) 56

(3) જો સમલંબ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ 50 સેમી હોય અને સમાંતર ન હોય તેવી બાજુઓ એકરૂપ હોય તથા પ્રત્યેકની લંબાઈ 12 સેમી હોય, તો સમાંતર હોય તેવી બાજુઓની લંબાઈનો સરવાળો ...... થાય. $\square$

(a) 13 સેમી (b) 26 સેમી (c) 28 સેમી (d) 30 સેમી

(4) જો સમભુજ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 54 સેમી^{2} હોય અને તેના એક વિકર્ણની લંબાઈ 9 સેમી હોય, તો તેના બીજા વિકર્ણની લંબાઈ ...... સેમી થાય. $\square$

(a) 9 (b) 12 (c) 27 (d) 90

(5) જો બાજુઓની લંબાઈ 3 : 4 : 5ના પ્રમાણમાં હોય, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ...... ચોરસ એકમ મળે, જ્યાં ત્રિકોણની પરિમિતિ 144 છે. $\square$

(a) 64 (b) 364 (c) 564 (d) 864

(6) એક સમદ્વિભુજ ત્રિકોણના પાયાની લંબાઈ 10 સેમી તથા તેની પરિમિતિ 28 સેમી હોય, તો તેની બે એકરૂપ લંબાઈની બાજુઓ પૈકી પ્રત્યેક બાજુની લંબાઈ ...... સેમી થાય. $\square$

(a) 38 (b) 18 (c) 9 (d) 19

(7) જો ત્રિકોણની બાજુઓની લંબાઈ અનુક્રમે 8 સેમી, 11 સેમી અને 13 સેમી હોય, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ...... સેમી^{2} થાય. $\square$

(a) 44 (b) 43 (c) 42.82 (d) $8\sqrt{30}$

(8) જો ત્રિકોણના પાયાની લંબાઈ 12 સેમી અને અનુરૂપ વેધની લંબાઈ 8 સેમી હોય, તો તે ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ...... સેમી^{2} થાય. $\square$

(a) 12 (b) 24 (c) 36 (d) 48

(9) જો સમભુજ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $2\sqrt{3}$ સેમી^{2} હોય, તો તેની પ્રત્યેક બાજુની લંબાઈ ...... સેમી થાય. $\square$

(a) $\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{3}$ (c) $2\sqrt{2}$ (d) $3\sqrt{2}$

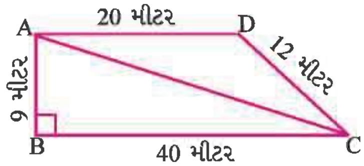
(10) ΔABCમાં $\overline{CD}$ એ ΔABCનો વેધ હોય તથા AD = 4 સેમી, CD = 5 સેમી અને BD = 5 સેમી હોય અને એક ચોરસનું ક્ષેત્રફળ એ ΔABCના ક્ષેત્રફળ જેટલું જ થાય, તો ચોરસની પ્રત્યેક બાજુની લંબાઈ ...... સેમી થાય. ☐

(a) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ (d) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

(11) ચોરસ ABCDમાં પ્રત્યેક બાજુની લંબાઈ 7 સેમી હોય, તો તેના વિકર્ણની લંબાઈ ...... સેમી થાય. ☐

(a) $\sqrt{2}$ (b) 7 (c) $7\sqrt{2}$ (d) $2\sqrt{7}$

(12) આકૃતિ 14.12માં ચતુષ્કોણ ABCDની બાજુઓની લંબાઈના માપ દર્શાવેલ છે, તો વિકર્ણ $\overline{AC}$ની લંબાઈ ...... મીટર થાય. ☐



આકૃતિ 14.12

(a) 40 (b) 9 (c) 49 (d) 41

*

સારાંશ

આ પ્રકરણમાં આપણે નીચેના મુદ્દાઓ વિશે અભ્યાસ કર્યો :

1. જો ΔABCની બાજુઓની લંબાઈઓ a, b અને c હોય, તો ΔABCની પરિમિતિ $a + b + c = 2s$ તથા તેની અર્ધપરિમિતિ $s = \frac{a+b+c}{2}$.

2. 'હેરોનના સૂત્ર' દ્વારા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

3. ચતુષ્કોણની બાજુઓ અને વિકર્ણનાં માપ આપેલ હોય અને વિકર્ણ દ્વારા ચતુષ્કોણ બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત થાય તો 'હેરોનના સૂત્ર' દ્વારા આપણે બે ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધી શકીએ. બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળનો સરવાળો ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ આપે છે.